

Chapitre 5 : Multiples et diviseurs

Définitions 1

Lorsque le reste de la division euclidienne d'un nombre a par un nombre b est 0, on dit que a est divisible par b .

- a est un multiple de b ,
- a est divisible par b ,
- b est un diviseur de a .

Exemple 1

$$\begin{array}{r|l} 128 & 4 \\ - 12 & 32 \\ \hline 08 & \\ - 8 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Comme le reste de la division euclidienne de 128 par 4 est 0, on peut dire que :

- 128 est un multiple de 4 ;
- 128 est divisible par 4 ;
- 4 est un diviseur de 128.

Propriété 1

Il existe différents critères de divisibilités. Un nombre est divisible par :

- 2 si son chiffre des unités est 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8
- 3 si la somme de ses chiffres est un multiple de 3
- 4 si ses deux derniers chiffres forment un multiple de 4
- 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5
- 9 si la somme de ses chiffres est un multiple de 9
- 10 si son chiffre des unités est 0

Exemple 2

Prenons le nombre 448 728.

Le chiffre des unités de 448 728 est 8 donc il est divisible par 2 mais pas par 5 ni 10. 28 est un multiple de 4 donc 448 728 est un multiple de 4.

$4+4+8+7+2+8=33$ et 33 est un multiple de 3 sans être un multiple de 9, donc 448 728 est un multiple de 3 mais pas un multiple de 9.

Définition 2

Un nombre est dit premier s'il est divisible que par 1 et par lui même.

Exemple 3

3 est premier, mais 8 ne l'est pas : 8 est divisible par 2.

Remarque 1

1 n'est pas un nombre premier car il est divisible uniquement par 1.

Remarque 2

Listons tous les nombres premiers compris entre 1 et 99

.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Propriété 2

Tout nombre supérieur à 1 peut être décomposé comme un produit de facteurs premiers

Exemple 4

$$150 = 2 \times 75$$

$$150 = 2 \times 3 \times 25$$

$$150 = 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$18 = 2 \times 9$$

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$72 = 2 \times 36$$

$$72 = 2 \times 2 \times 18$$

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 9$$

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$